

2.2.3 Zlomky II

Předpoklady: 020202

Př. 1: Jaký je výsledek operace $2:3$? Sestav stejnou tabulku jako v minulé hodině, hledej všechny způsoby, jak dělení provést, a odpovídající zápisy výsledku. Hledej výsledek zapsaný nejmenšími čísly. Jak je možné převádět výsledky na ten nejjednodušší?

Obě věci můžeme rozdělit na třetiny, šestiny, devítiny,

Postup i výsledky jsou v tabulce.

díl	počet kousků celkem	počet kousků na hromádce	výsledek
třetina	$2 \cdot 3 = 6$	$6 : 3 = 2$	$\frac{2}{3}$
šestina	$2 \cdot 6 = 12$	$12 : 3 = 4$	$\frac{4}{6}$
devítina	$2 \cdot 9 = 18$	$18 : 3 = 6$	$\frac{6}{9}$
dvanáctina	$2 \cdot 12 = 24$	$24 : 3 = 8$	$\frac{8}{12}$
patnáctina	$2 \cdot 15 = 30$	$30 : 3 = 10$	$\frac{10}{15}$

Zajímavé: zlomky $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$ i $\frac{10}{15}$ se navzájem liší, přitom představují stejné číslo.

Zlomek $\frac{4}{6}$ vznikne ze zlomku $\frac{2}{3}$ tím, že obě třetinové části rozdělíme na poloviny. Získáme tak dvakrát více částí (4 místo 2), které jsou však dvakrát menší (šestinové místo třetinových). Pořád máme to samé.

Př. 2: Najdi všechna přirozená čísla, která můžeme dosadit za číslo x , aby platila nerovnost:

a) $\frac{x}{3} < 1$

b) $\frac{x}{2} < 4$

c) $1 < \frac{x}{5} < 2$

d) $2 < \frac{x}{3} < 3$

e) $1 > \frac{4}{x}$

f) $1 < \frac{5}{x} < 2$

a) $\frac{x}{3} < 1$ $x = 1; 2$

b) $\frac{x}{2} < 4$ $x = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$

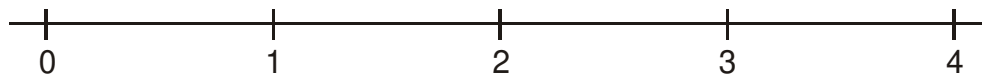
c) $1 < \frac{x}{5} < 2$ $x = 6; 7; 8; 9$

d) $2 < \frac{x}{3} < 3$ $x = 7; 8$

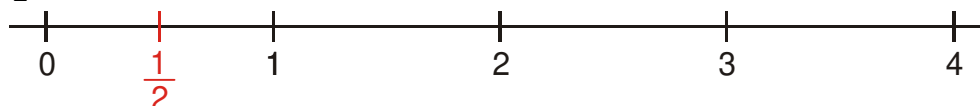
e) $1 > \frac{4}{x}$ $x = 5; 6; 7; \dots$

f) $1 < \frac{5}{x} < 2$ $x = 3; 4;$

Př. 3: Zakresli na číselnou osu zlomek $\frac{1}{2}$.

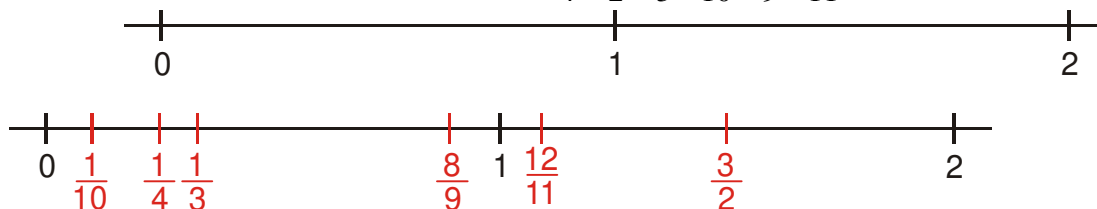


$\frac{1}{2}$ je polovinou z celku (tedy z jedničky).



Pedagogická poznámka: Prakticky s jistotou se objeví ve třídě dvě skupiny žáků. První nakreslí jednu polovinu správně, druhá přibližně do středu předhozené číselné osy. Důvod vysvětlila jedna má žačka zcela přesně: "Zatím jsme se vždycky bavili o polovině z něčeho, tak jsem nakreslila polovinu do poloviny osy". Předchozí příklad je zřejmě okamžikem, kdy u značné části žáků poprvé dochází k přechodu od čísla polovina jako operátoru (polovina z něčeho) k číslu polovina jako hodnotě. Dosud jsme chtěli například polovinu z deseti ($\frac{1}{2} \cdot 10 = 5$), teď potřebujeme polovinu z jedné ($\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$).

Př. 4: Zakresli na číselnou osu zlomky: $\frac{1}{4}; \frac{3}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{10}; \frac{8}{9}; \frac{12}{11}$.



Tabulka zlomků

celek												
polovina												
třetina												
čtvrtina												
pětina												
šestina												
sedmina												
osmina												
devítina												
desetina												
dvanáctina												
patnáctina												

Př. 5: Porovnej dvojice zlomků a svůj závěr zkontroluj pomocí tabulky.

a) $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{4}$ a $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{4}$

d) $\frac{2}{8}$ a $\frac{1}{4}$

e) $\frac{3}{7}$ a $\frac{2}{5}$

f) $\frac{5}{10}$ a $\frac{1}{2}$

g) $\frac{2}{3}$ a $\frac{6}{9}$

h) $\frac{8}{9}$ a $\frac{4}{5}$

i) $\frac{2}{4}$ a $\frac{4}{8}$

j) $\frac{4}{12}$ a $\frac{5}{15}$

a) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

d) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

e) $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$

f) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

g) $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

h) $\frac{8}{9} > \frac{4}{5}$

i) $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

j) $\frac{4}{12} = \frac{5}{15}$

Př. 6: Jakou částí hodiny je:

a) 15 min

b) 20 min

c) 30 min

d) 6 min

e) 5 min

f) 25 min

g) 18 min

h) 35 min

i) 36 min

j) 12 min

Hledej více řešení. Najdi zlomek, který je napsán co nejmenšími čísly.

a) $15 \text{ min} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{2}{8} \text{ hod}$

b) $20 \text{ min} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} \text{ hod}$

c) $30 \text{ min} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{5}{10} = \frac{3}{6} \text{ hod}$

d) $6 \text{ min} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \frac{3}{30} \text{ hod}$

e) $5 \text{ min} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12} \text{ hod}$

f) $25 \text{ min} = \frac{25}{60} = \frac{5}{12} \text{ hod}$

g) $18 \text{ min} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} \text{ hod}$

h) $35 \text{ min} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12} \text{ hod}$

i) $36 \text{ min} = \frac{36}{60} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \text{ hod}$

j) $12 \text{ min} = \frac{12}{60} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ hod}$

Pedagogická poznámka: V řešení nejsou uvedeny všechny možnosti, které můžeme získat krácením nebo rozšiřováním zlomků. Uvedeny jsou pouze výsledky, ke kterým dochází žáci nějakou úvahou nebo využitím výsledků příkladu 9 z minulé hodiny.

Poznámka: Zlomková tabulka a některé příklady, které ji využívají, jsou přejaty z učebnic prof. Hejného).

Shrnutí: Jednu polovinu zobrazíme na číselné ose do poloviny vzdálenosti mezi čísly 0 a 1.